

MAT207 METRİK UZAYLAR I FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:.....

15.01.2002

No :..... CEVAP ANAHTARI

Soru 1) \mathbb{R}^2 üzerinde ayrık metrik bulunsun. Aşağıdakileri belirleyiniz. (20 puan)

$$D((1,2), \frac{1}{2}) = \dots\dots\dots\{(1,2)\}\dots\dots\dots$$

$$D((1,2), 1) = \dots\dots\dots\{(1,2)\}\dots\dots\dots$$

$$D[(1,2), \frac{1}{2}] = \dots\dots\dots\{(1,2)\}\dots\dots\dots$$

$$D[(1,2), 1] = \dots\dots\dots \mathbb{R}^2 \dots\dots\dots$$

Soru 2) Birinci sorudaki kümelerden hangileri açıktır. Açıklayınız. (20 puan)

Ayrık metrik dolayısıyla hepsi açıktır. (hem de kapalıdır).

Soru 3) Boş olmayan bir A kümesi herhangi bir X_d metrik uzayının herhangi bir altkümesi olsun. $A^o \cup A$ kümesi ne zaman açık ne zaman kapalıdır. (20 puan)

$A^o \cup A = A$ olduğundan A açıkken $A^o \cup A$ da açık, A kapalı iken $A^o \cup A$ da kapalıdır.

Soru 4) X_d metrik uzayının bir alt uzayı Y_d olsun. Y alt uzayında açık olan bir küme hangi şartlar altında X uzayında da açık olur? Örnek veriniz. (20 puan)

Y, X uzayında açık ise alt uzaydaki her açık A kümesi aynı zamanda üst uzayda da açık olur. Örneğin alışılmış metrikler ile birlikte $X = \mathbb{R}$ de $Y = (-2,2)$ açıktır. $A = (0,1)$ kümesi Y altuzayında açık olur. Ancak $X = \mathbb{R}^2$ de $Y = \mathbb{R}$ açık olmadığından aynı $A = (0,1)$ kümesi \mathbb{R} de açık olmakla beraber \mathbb{R}^2 de açık değildir.

Soru 5) X_d metrik uzayının bir alt uzayı Y_d olsun. X uzayında açık olan bir küme hangi şartlar altında Y alt uzayında da açık olur? Örnek veriniz. (20 puan)

Üst uzayda açık olan bir A kümesinin alt uzayda da açık olabilmesi için tamamen altuzayda kalmalıdır. Örneğin alışılmış metrik ile birlikte $A = (0,1)$ kümesi $X = \mathbb{R}$ de açıktır. $Y = (-2,2)$ altuzayı alınırsa A Y nin bir altkümesi olduğundan A Y de de açıktır.

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. **İNC**