

MAT3014 SOYUT CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ II FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:.....**CEVAP ANAHTARI**.....

02.09.2003

No :.....

Soru 1) p asal değilken Z_p nin cisim olup olamayacağını açıklayınız. (20 puan)

p asal olmasın. O halde $1 < a, b < p$ olmak üzere $p = a \cdot b$ yazılabilir ve böylece a ve b , Z_p nin sıfır bölenleridir. Sıfır böleni olduğundan Z_p nin cisim olması mümkün değildir.

Soru 2) Bir R halkasında a ve b elemanları için $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ eşitliği her zaman doğru mudur? Açıklayınız. (20 puan)

$(a-b)(a+b) = a \cdot a + a \cdot b - b \cdot a - b \cdot b = a^2 + ab - ba - b^2$ olup $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ olması ancak $ab - ba = 0$ yani $ab = ba$ olmasıyla mümkün olacaktır. Bu da halkanın değişmeli olması demektir.

Soru 3) $f: (Z, +) \rightarrow (Z_4, +); f(n) = \bar{n}$ dönüşümünün çekirdeğini hesaplayınız. Çekirdeğin mertebesi nedir? Kosetleri ifade ediniz. (20 puan)

$\text{Ker } f = \{n \in Z : \bar{n} = \bar{0}\} = 4Z$ dir. Çekirdeğin mertebesi sonsuzdur. Kosetler $4Z, 4Z+1, 4Z+2$ ve $4Z+3$ dür.

Soru 4) $(C_{24}, +)$ devirli grubunun $\langle 18 \rangle$ normal alt grubu ile bölüm grubunu bulunuz. (20 puan)

$\langle 18 \rangle = \{18, 12, 6, 0\} \cong C_4$ olduğundan $C_{24}/C_4 \cong C_6$ dir.

Soru 5) G bir grup ve $x, y \in G$ olsun. $H \subseteq G$ nin bir normal alt grubu ise $xy \in H$ iken $yx \in H$ da olacağını gösteriniz. (20 puan)

H, G nin bir normal alt grubu ve $xy \in H$ olsun.

$$yx = xy y^{-1} = y(xy) y^{-1}$$

yazılırsa $xy \in H$ ve $y \in G$ olduğundan H in bir normal alt grup oluşu sebebiyle yx de H da kalacaktır.

Not: Süre 60 dakikadır. Başarılar. İNC