

MAT3014 SOYUT CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ II 2. ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:.....

06.05.2004

No :.....

Soru 1) $C_7 \times C_7$ direk çarpım grubunun C_{49} a izomorf olup olmadığını ve bu grupta kaçınıcı mertebeden kaç tane eleman bulunduğunu kısaca açıklayınız.

$(7,7) = 7$ olup aralarında asal olmadıklarından $C_7 \times C_7$ C_{49} grubuna izomorf değildir. Bir gruptaki elemanların mertebeleri grubun mertebesini bölmek zorunda olduğundan bu gruptaki elemanların mertebesi 1, 7 ya da 49 olabilir. Ancak $C_7 \times C_7$ grubu devirli grup olmadığından 49 mertebeli eleman yoktur. 1 mertebeli tek eleman etkisiz eleman olduğundan 1 tanedir. O halde geriye kalan 48 eleman da 7. mertebededir.

Soru 2) D_n / C_n bölüm grubunun hangi gruba izomorf olduğunu ve bu grubun elemanlarını belirleyiniz.

$|D_n| = 2n$ ve $|C_n| = n$ olduğundan C_n altgrubu, D_n in yarısı büyüklüğündedir. Yani indeksi 2 dir. O halde normal altgruptur ve bölüm grubu oluşturulabilir. İndeks iki olduğundan dolayı bölüm grubunun mertebesi de ikidir. Yani bölüm grubu C_2 devirli grubuna izomorftur.

Soru 3) Bir devirli grubun her bölüm grubunun değişmeli olduğunu açıklayınız.

Her devirli grup değişmelidir. Değişmeli bir grubun her bölüm grubu da değişmeli olduğundan devirli bir grubun her bölüm grubunun da değişmeli olduğu sonucu elde edilir.

Soru 4) $D_{12} \cong \langle a, b \mid a^{12} = b^2 = (ab)^2 = e \rangle$ dihedral grubundaki altgrupların mertebeleri nelerdir? Bu grupta $x = a^8b$ ve $y = a^{10}$ elemanlarının mertebelerini hesaplayınız.

D_{12} dihedral grubunun mertebesi 24 olduğundan altgruplarının mertebeleri 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 veya 24 olabilir. x elemanı bir yansıma olduğundan ikinci mertebededir. y nin mertebesini bulmak için kuvvetlerine bakarız. $y^2 = a^8$, $y^3 = a^6$, $y^4 = a^4$, $y^5 = a^2$ ve $y^6 = e$ olduğundan y nin mertebesi altıdır

Soru 5) C_{72} devirli grubunun altgrup tablosunu çiziniz.

