

# MAT 4061 GALOIS TEORİSİ 1.ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:...CEVAP ANAHTARI.....

10.11.2004

No :.....

**Soru 1)** Aşağıdaki şekillerin simetri gruplarını yanlarına yazınız:

İkizkenar yamuk .....  $C_2$ .....

Paralelkenar .....  $C_2$ .....

Deltoid .....  $C_2$ .....

Beş köşeli düzgün yıldız ...  $D_5$ .....

Elips .....  $C_2 \times C_2$ .....

**Soru 2)**  $p$  asal ve  $i \neq 0$  ve  $i \neq p$  için  $p$  nin

$\binom{p}{i}$  sayısını böldüğünü gösteriniz.

$\binom{p}{i} = \frac{p!}{i!(p-i)!}$  olup  $p$  asal payı böler. Tek

problem olabilecek durum  $p$ 'nin paydayı da bölmesidir. Ancak hem  $i$ , hem de  $p-i$ ,  $p$ 'den küçük olduklarından  $p$  asal çarpanını bulundurmazlar. O

halde  $p$ , paydayı bölmez. O halde  $p$ ,  $\binom{p}{i}$  sayısını bölmelidir.

**Soru 3)**  $F$  bir cisim ise  $\text{Frac}(F)$  yi belirleyiniz ve sebebini açıklayınız.

$a, b \in F$  olmak üzere  $\text{Frac}(F)$ ,  $a/b$  şeklinde yazılabilen tüm elemanlardan oluşur.  $a/b = a \cdot b^{-1}$  yazılabileceğinden ve  $F$  bir cisim olduğu için  $b^{-1} \in F$  olacağından tüm  $a \cdot b^{-1} \in F$  olur. Yani  $\text{Frac}(F) = F$  dir.

**Soru 4)**  $Z_n$  halkasındaki birimlerin kümesinin eleman sayısını belirleyiniz. Bu küme çarpmaya göre bir grup mudur?

Birimler  $n$  ile aralarında asal olanlar olduğundan  $\phi(n)$  tanedirler. İki birimin çarpımı da bir birim olduğundan bu küme kapalı, 1 bir birim olduğundan bu kümenin etkisiz elemanı var, ve birleşmeli, her birimin tersi var olduğundan bu küme bir gruptur.

**Soru 5)**  $Z$  tamsayılar halkasındaki her bir idealin temel ideal oluşunu açıklayınız.

$Z$  halkasındaki ideallerin hepsi bir tek elemanla üretilebildiklerinden temel idealdirler. Gerçekten de eğer bir ideal, birden fazla tamsayı tarafından üretiliyorsa bu idealin aynı zamanda bu sayıların obedi tarafından, yani bir tek eleman ile üretilebildiğini biliyoruz. O halde her ideal bir temel idealdir.

**Not:** Süre 70 dakikadır. Başarılar. **İNC**