

MAT3014 SOYUT CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ II 2.ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:...CEVAP ANAHTARI.....

09.05.2005

No :.....

Soru 1) $C_{14} \times C_3$ direk çarpım grubunun $C_6 \times C_7$ 'ye izomorf olup olmadığını açıklayınız. Bu grup devirli midir? Neden?

$(2,7) = 1$ olup $C_{14} \cong C_2 \times C_7$ olduğundan

$$C_{14} \times C_3 \cong C_2 \times C_7 \times C_3 \cong C_6 \times C_7$$

yazılabilir. Aynı zamanda $(6,7) = 1$ olup

$$C_6 \times C_7 \cong C_{42}$$

yazabiliriz ve bu da devirli gruptur.

Soru 2) A_n, S_n 'in normal altgrubu mudur? S_n/A_n bölüm grubunu belirleyiniz. Bu grup hangi gruba izomorftur? Neden?

A_n, S_n 'in iki indeksli bir altgrubudur. Çünkü $|A_n| = n!/2, |S_n| = n!$ 'dir. İndeksi iki olan altgruplar normal altgrup olacağından A_n, S_n 'in iki indeksli bir normal altgrubudur. O halde bölüm grubu oluşturulabilir ve bölüm grubu iki elemanlıdır. Yani C_2 devirli grubuna izomorftur.

Soru 3) Bir devirli grubun her bölüm grubunun değişmeli olduğunu açıklayınız.

Her devirli grup değişmelidir. Ayrıca her değişmeli grubun bölüm grubu da değişmeli olduğundan her devirli grubun her bölüm grubu da değişmelidir.

Soru 4) D_n dihedral grubunda neden eşit sayıda dönme ve yansıma bulunduğunu açıklayınız. Dönmelerin kümesi mi, yansımaların kümesi mi bir altgrup oluşturur? Bu altgrup normal midir? Neden?

D_n dihedral grubu, bir düzgün n-genin tüm simetrilerinin grubudur. Yani dönmeler ve yansılardan oluşur. Bir düzgün n-genin n tane dönmesi vardır. İki dönmenin çarpımı bir dönme olup dönmelerin kümesi kapalıdır ve bir alt grup oluşturur. Ancak iki yansımanın çarpımı bir dönme olduğundan yansımaların kümesi kapalı değildir. Dönmelerin kümesi C_n olup D_n 'in yarısı büyüklüğündedir ve dolayısıyla indeksi ikidir. İki indeksli bir altgrup olduğundan normaldir.

Soru 5) Bir R halkasında iki elemanın çarpımı etkisiz eleman ise bu elemanlardan en az biri etkisiz eleman olmalı mıdır? Örnek veriniz.

Olmak zorunda değildir. Örneğin Z_6 halkasında $3 \cdot 4 = 0$ olmasına rağmen ne 3, ne de 4 etkisiz eleman olan sifıra eşit değildir.

Not: Süre 70 dakıkadır. Başarılar.

İNC