

# MAT 3008 TOPOLOJİ FİNAL SORULARI

Ad-Soyad: ...CEVAP ANAHTARI .....

07.06.2007

No : .....

**Soru 1)**  $\mathbb{R}$  üzerinde  $\tau = \{A: A = \emptyset, A = \mathbb{R} \text{ veya bir } k \in \mathbb{R} \text{ için } A = (k, \infty)\}$  topolojisine göre  $B = [0, 2) \cup \{3\}$  kümesinin kapanışını belirleyiniz.

Kapanış kümeyi kapsayan kapalıların en küçüğüdür. Bu topolojik uzaydaki kapalı kümeler  $X$ ,  $\emptyset$  ya da  $(-\infty, k]$  şeklindeki kümelerdir. O halde verilen  $B$  kümesini kapsayan en küçük kapalı küme  $(-\infty, 3]$  olacağından  $B$ 'nin kapanışı  $(-\infty, 3]$  olur.

**Soru 2)** Bir  $(X, \tau)$  topolojik uzayında boş olmayan bir kümenin içinin hangi hallerde boş olacağını inceleyiniz.

Ayrık olmayan topolojide  $X$  dışındaki her kümenin içi boştur.

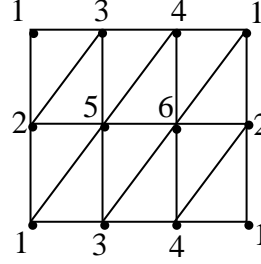
Bunun dışındaki uzaylarda genel bir sonuç söylenemez.

**Soru 3)**  $f: X \rightarrow Y$  sürekli dönüşümünün açıkları açıklara götürmediği iki örnek veriniz.

Ayrık metrik uzay dışındaki tüm uzaylarda sabit fonksiyon açık kümeleri (aynı zamanda kapalıları da) tek nokta kümelerine götürür ve tek nokta kümeleri kapalıdır.

Alışılmış reel uzayda  $f(x) = x^2$  fonksiyonu  $(-2, 2)$  açık kümesini  $[0, 4)$  yarı açık kümesine götürür.

**Soru 4)** Tor yüzeyinin 6 köşeli bir üçgenlemesini çizip Euler karakteristiğini hesaplayınız.



Köşe sayısı = 6; Kenar sayısı = 18; Üçgen sayısı = 12 olup torun Euler karakteristiği

$$\chi(T) = 6 - 18 + 12 = 0$$

olarak bulunur.

**Soru 5)**  $X = \{a, b\}$  üzerinde Sierpinski topolojisi  $\tau = \{\emptyset, X, \{a\}\}$

olarak veriliyor.  $X$ 'in tüm alt kümelerinin iç ve dışlarını belirleyiniz.

$X$ 'in 4 tane altkümesi vardır.  $\emptyset$ ,  $\{a\}$ ,  $\{b\}$  ve  $X$ . Bunlardan üçü ( $\emptyset$ ,  $\{a\}$  ve  $X$ ) topolojinin elemanı olup açıktır ve içleri kendileri olur.  $\{b\}$  kümesinin içine gelince bu küme  $\{b\}$  tarafından kapsanılan en büyük açık küme olacağından  $\emptyset$  olur.

$\text{dış}(\emptyset) = \text{iç}(X) = X$ ,  $\text{dış}(\{a\}) = \text{iç}(\{b\}) = \emptyset$ ,  $\text{dış}(\{b\}) = \text{iç}(\{a\}) = \{a\}$  ve  $\text{dış}(X) = \text{iç}(\emptyset) = \emptyset$  olur.

**Not:** Süre 70 dakikadır. Başarılar. **İNC**