MAT 3013 SOYUT CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:...CEVAP ANAHTARI……... **16.01.2014**

No :...

Soru 1) 3 modunda 2'ye denk olan her bir sayının mutlaka 3 modunda 2'ye denk olan bir asal çarpanı olmak zorunda mıdır?

A = 3n+2 = $p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_r^{\alpha_r}$ diyelim. p_i'lerden hiçbiri 3 olamaz. Çünkü A, 3 ile bölününce 2 kalanını vermektedir. O halde her bir p_i ya 3s+1 ya da 3s+2 biçimindedir ($s \in N$). Eğer p_i'lerin hepsi 3s+1 şeklinde ise A da aynı biçimde olacaktır. O halde en az bir p_i çarpanı 3s + 2 şeklinde olmalıdır.

Soru 2) 36!+1 toplamını bölen en küçük asal sayıyı belirleyiniz ve sebebini açıklayınız.

Wilson teoremi gereği $(p-1)! \equiv -1$ (p)'dir. Yani $(p-1)!+1 \equiv 0$ (p) gereği p'nin (p-1)!+1 toplamını bölen bir asal sayı olduğunu söyleyebiliriz. p = 37 için 37, 36!+1 toplamını bölen bir asal sayıdır. 36! = 36.35. ... .3.2.1 olduğundan 37'den küçük her asal sayı 36! sayısını böler. O halde bu sayının bir fazlası olan 36!+1 sayısını bölemez. Sonuç olarak 37 verilen toplamı bölen en küçük asal sayıdır.

Soru 3) 101!+77 ile 101!+99 sayıları arasında kaç tane asal sayı bulunduğunu belirleyiniz.

101!+77 sayısı 77 ile, 101!+78 sayısı 78 ile ve bu şekilde devam edilerek 101!+99 sayısı da 99 ile bölünebileceğinden bu aralıkta hiçbir asal sayı yoktur.

Soru 4) Üç tamsayının kareleri toplamı olarak yazılamayan en küçük üç pozitif tamsayının toplamı kaçtır?

1=1+0+0, 2=1+1+0, 3=1+1+1, 4=4+0+0, 5=4+1+0, 6=4+1+1, **7 yazılamaz**, 8=4+4+0, 9=4+4+1 =9+0+0, 10=9+1+0, 11=9+1+1, 12=4+4+4, 13=9+4+0, 14=9+4+1, **15 yazılamaz**, 16=16+0+0, 17=16+1+0, 18=9+9+0=16+1+1, 19=9+9+1, 20=16+4+0, 21=16+4+1, 22=9+9+4, **23 yazılamaz**. Dolayısıyla istenen toplam 7+15+23 = 45 olur.

Soru 5) $x \equiv a$ (99) ve $x \equiv a$ (101) kongrüans sisteminin çözümünü belirleyiniz.

$x \equiv a$ (99) ise bir k tamsayısı için x=a+99k yazabiliriz. Bunu ikinci kongrüansta yerine koyarsak $a+99k \equiv a$ (101) veya denk olarak $99k \equiv 0$ (101) elde ederiz. Buradan $k \equiv 0$ $\left(\frac{101}{(99,101)}\right)$ yani $k \equiv 0$ (101) elde edilir. O halde bir t tamsayısı için k=101t şeklindedir. Bu değeri x=a+99k eşitliğinde yerine koyarsak x=a+99.101t elde ederiz. Denk olarak $x \equiv a$ (99.101) elde ederiz.

Süre 70 dakikadır. Başarılar. ***İNC&AY***