

MAT 3019 SAYILAR TEORİSİ ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:..CEVAP ANAHTARI.....

24.11.2015

No :.....

Soru 1) $a|b$ ve $c|d$ ise $a+c$ sayısı $b+d$ toplamını böler mi?

$a = 2, b = 3, c = 6$ ve $d = 12$ iken $a+b = 5, c+d = 18$ 'i bölmez. En az bir ters örnek olduğundan $a+b, c+d$ 'yi bölmek zorunda değildir.

Soru 2) a ve b tamsayı olmak üzere, $a+5b$ toplamı 11 ile bölünüyorsa $2a-b$ farkının da 11 ile bölünebildiğini gösteriniz.

k bir tamsayı olmak üzere $a+5b = 11k$ olsun. $a+5b+11a-11b = 11k+11a-11b$ olup 11 ile bölünür. Yani $12a-6b$ farkı da 11 ile bölünür. Bu da $6(2a-b)$ sayısının 11 ile bölündüğünü gösterir. $(6,11) = 1$ olduğundan 11, $2a-b$ farkını bölmelidir.

Soru 3) n çift iken $\varphi(2n) = 2\varphi(n)$ olduğunu gösteriniz.

n çift ise a bir pozitif tamsayı ve b tek sayı olmak üzere $n = 2^a b$ şeklinde yazılabilir. 2 ile b aralarında asal olduklarından $\varphi(n) = 2^{a-1}\varphi(b)$ olduğu açıktır. $2n = 2^{a+1}b$ şeklindedir. b tek olduğundan $\varphi(2n) = \varphi(2^{a+1}b) = \varphi(2^{a+1})\varphi(b) = 2^a\varphi(b)$ olur. $\varphi(2n) = 2 \cdot 2^{a-1}\varphi(b)$ yazılırsa bu $\varphi(2n) = 2\varphi(n)$ olduğunu gösterir.

Soru 4) $2x^3+xy-7 = 0$ Diophant denkleminin tüm çözümlerini bulunuz.

$2x^3+xy = 7$ denklemini $x(2x^2+y) = 7$ olarak düzenlersek x ve y birer tamsayı olduklarından $x, 7$ 'yi bölmelidir. Yani $x = 1, -1, 7$ veya -7 olabilir. $x = 1$ ise $y = 5$; $x = -1$ ise $y = -9$; $x = 7$ ise $y = -97$; $x = -7$ ise $y = -99$ olmalıdır.

Soru 5) $ax \equiv b \pmod{50}$ kongrüansında a ve b sayılarını kongrüansın 5 adet çözümü olacak şekilde belirleyiniz.

Verilen kongrüansın çözüm şartı $(a,50) = d|b$ olmasıdır. Bu durumda tam d tane çözüm vardır. O halde $d = 5|b$ olmalıdır ve k bir tamsayı olmak üzere $b = 5k$ şeklinde olmalıdır. $d = 5$ olması için $a \equiv 5, 15, 35, 45 \pmod{50}$ olmalıdır.

Süre 70 dakikadır. Başarılar. *inc+ay*