

MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:.....ÇÖZÜMLER

28.11.2024

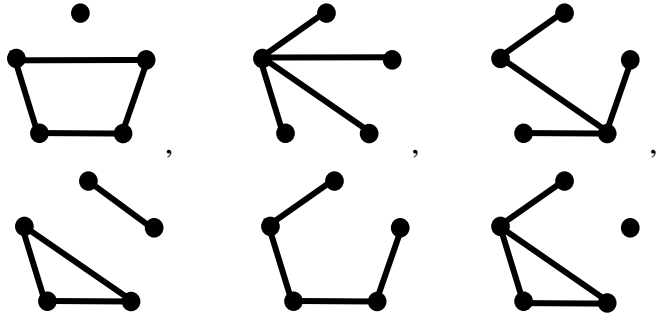
No :.....

Soru 1) Bir K_n tam grafindan herhangi bir kenar silinerek elde edilen grafin omega invaryantini n cinsinden ifade ediniz.

Bir K_n grafindaki n köşenin her birisi diğeri $n-1$ köşeye birleşir. Herhangi bir kenarın silinmesi silinen kenarın iki köşesinin derecelerini birer düşürüp $n-2$ yapar, diğeri köşe dereceleri değişmez. Yani bir kenarı silinmiş n köşeli bir tam grafin derece dizisi $D = \{(n-2)^{(2)}, (n-1)^{(n-2)}\}$ olur. Omega invaryantı da $\Omega(D) = 2(n-4) + (n-2)(n-3) = n^2 - 3n - 2$ olur.

Soru 2) Mertebesi 5 ve boyutu 4 olan kaç adet basit graf mevcuttur? Hepsini çiziniz.

$m = 4$ ve $n = 5$ olan 6 adet basit graf mevcuttur. Bunlar



şeklinde dir.

Soru 3) Mertebesi 5 olan bir ağacı bir tam grafa tamamlamak için kaç adet kenar eklenmelidir?

Mertebesi 5 olan bir ağacın 4 kenarı vardır. 5 köşeli bir tam grafin da $5(5-1)/2 = 10$ adet kenarı olmalıdır. Yani $10 - 4 = 6$ adet kenar eklenmelidir.

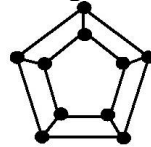
Soru 4) 8 köşeli CP_8 kokteyl grafinin kutuplaşma sayısını ve bağımsızlık sayısını belirleyiniz.



grafında bulunan en büyük tam graf K_4 olduğundan CP_8 kokteyl grafinin kutuplaşma sayısı 4 olur. Sekiz köşenin her biri diğeri yedi köşenin altısına komşu olduğundan birbirine komşu olmayan en fazla iki köşe bulunabilir (Yatay olarak aynı sıradaki herhangi iki köşe olabilir). Yani bağımsızlık sayısı 2 olur.

Soru 5) L_5 merdiven grafini çizerek tümleyeninin köşe ve kenar sayılarını hesaplayınız.

Bir grafin tümleyeni, graf ile aynı köşelere sahip olan, kenarları ise grafin kenarları dışındaki tüm kenarlar olan bir graftır. İkisi üst üste konduğunda bir tam graf elde edilir. Şekildeki



L_5 merdiven grafinin köşe sayısı 10 olup tümleyeninin köşe sayısı da 10 olur. L_5 merdiven grafinin kenar sayısı 15 olup kenar sayısı $10 \cdot 9 / 2 = 45$ olan 10 köşeli bir tam grafa ulaşmak için $45 - 15 = 30$ kenar gerekir. Yani tümleyeninin kenar sayısı 30 olacaktır.

Alternatif olarak L_5 grafindaki her bir köşenin 3 tane komşu köşesi olup 6 tane komşu olmayan köşe vardır. Tümleyende ise her köşe bu 6 köşeye birleşecektir. Her kenar iki köşeden çıktığından tümleyende $10 \cdot 6 / 2 = 30$ kenar bulunur.

Süre 70 dakikadır. Başarılar.

inc